Business Statistics

Time Series

Dr. Santosh Kumar Lal

Meaning of Time Series – समय श्रेणी का अर्थ

A Time Series is a set of statistical observations arranged in chronological order, usually at regular intervals of time such as daily, monthly, quarterly, or yearly.

Example:

- Sales of a company from 2020 to 2025, production of a factory for different years, or monthly prices of a product.

समय श्रेणी (Time Series) सांख्यिकीय आँकड़ों का वह समूह है जिसमें विभिन्न समय अवधियों से संबंधित आँकड़ों को कालानुक्रमिक क्रम (chronological order) में व्यवस्थित किया जाता है। समय की अवधि दैनिक, मासिक, त्रैमासिक या वार्षिक हो सकती है।

उदाहरण:

- 2020 से 2025 तक किसी कंपनी की बिक्री, विभिन्न वर्षों में किसी कारखाने का उत्पादन, या किसी वस्तु के मासिक मूल्य।

Definition — परिभाषा

- *“Time series is a set of observations recorded at successive points of time.”*

- “समय श्रेणी विभिन्न क्रमिक समय बिंदुओं पर दर्ज किए गए आँकड़ों का समूह है।”

Objectives of Time Series

The main objectives are:

- To study the past behaviour of a variable.
- To identify the trend or general direction of movement.
- To measure seasonal variations.
- To study cyclical and irregular fluctuations.
- To forecast future values.
- To assist management in planning and decision-making.
- To compare the performance of a business over different periods.

समय श्रेणी के उद्देश्य

समय श्रेणी के प्रमुख उद्देश्य हैं:

- किसी चर के पिछले व्यवहार का अध्ययन करना।
- आँकड़ों की सामान्य दिशा या प्रवृत्ति (Trend) ज्ञात करना।
- मौसमी परिवर्तन (Seasonal Variation) को मापना।
- चक्रीय एवं अनियमित उतार-चढ़ाव का अध्ययन करना।
- भविष्य के मूल्यों का पूर्वानुमान (Forecasting) करना।
- व्यवसाय में योजना बनाने तथा निर्णय लेने में सहायता करना।
- विभिन्न समय अवधियों में व्यवसाय के प्रदर्शन की तुलना करना।

Components of Time Series — समय श्रेणी के घटक

A time series generally consists of four components:

- Trend (T) — प्रवृत्ति
- Seasonal Variation (S) — मौसमी परिवर्तन
- Cyclical Variation (C) — चक्रीय परिवर्तन
- Irregular Variation (I) — अनियमित परिवर्तन

A commonly used multiplicative model is:

- $Y = T \times S \times C \times I$
- where Y = observed value.

Trend — प्रवृत्ति

Trend refers to the long-term general movement of a time series. It shows whether the variable is generally increasing, decreasing, or remaining stable over a long period.

Example:

- If a company's sales generally increase over a period of ten years, it indicates an upward trend.

प्रवृत्ति (Trend) से आशय किसी समय श्रेणी में लंबे समय में होने वाली सामान्य दिशा से है। यह बताती है कि आँकड़े लंबे समय में सामान्यतः बढ़ रहे हैं, घट रहे हैं या स्थिर हैं।

उदाहरण:

यदि किसी कंपनी की बिक्री दस वर्षों में सामान्यतः बढ़ रही है, तो उसमें ऊर्ध्वगामी प्रवृत्ति (Upward Trend) है।

Types of Trend

- Upward Trend — बढ़ती प्रवृत्ति
- Downward Trend — घटती प्रवृत्ति
- Constant Trend — स्थिर प्रवृत्ति

Seasonal Variation — मौसमी परिवर्तन

Seasonal variation refers to regular and periodic movements that occur within a year due to seasons, festivals, customs, climate, or other recurring factors.

Examples:

- Sales of umbrellas increase during the rainy season.
- Sales of sweets increase during festivals.
- Demand for woollen clothes increases in winter.

मौसमी परिवर्तन (Seasonal Variation) से आशय उन नियमित और आवर्ती परिवर्तनों से है जो सामान्यतः एक वर्ष के भीतर मौसम, त्योहार, परंपरा या अन्य नियमित कारणों से होते हैं।

उदाहरण:

- वर्षा ऋतु में छातों की बिक्री बढ़ना।
- त्योहारों में मिठाइयों की बिक्री बढ़ना।
- सर्दियों में ऊनी कपड़ों की माँग बढ़ना।

Cyclical Variation — चक्रीय परिवर्तन

Cyclical variation refers to long-term fluctuations around the trend that occur due to business cycles. These movements generally extend over more than one year.

The major phases of a business cycle are:

- Prosperity
- Recession
- Depression
- Recovery

चक्रीय परिवर्तन (Cyclical Variation) से आशय दीर्घकालीन उतार-चढ़ाव से है जो सामान्य प्रवृत्ति के आसपास व्यावसायिक चक्रों के कारण उत्पन्न होते हैं। ये परिवर्तन सामान्यतः एक वर्ष से अधिक अवधि में दिखाई देते हैं।

व्यावसायिक चक्र की प्रमुख अवस्थाएँ हैं:

- समृद्धि (Prosperity)
- मंदी (Recession)
- अवसाद (Depression)
- पुनरुत्थान (Recovery)

Irregular Variation — अनियमित परिवर्तन

Irregular variation refers to unpredictable and non-recurring fluctuations caused by unusual events such as wars, floods, earthquakes, pandemics, strikes, or sudden political/economic disturbances.

अनियमित परिवर्तन (*Irregular Variation*) ऐसे अनिश्चित एवं आकस्मिक उतार-चढ़ाव हैं जो असामान्य घटनाओं के कारण उत्पन्न होते में समय श्रेणी को दो समान भागों में बाँटा जाता है। प्रत्येक भाग का औसत निकाला जाता है। दोनों औसतों को ग्राफ पर अंकित करके जोड़ीय विधि है जिसके द्वारा ऐसी प्रवृत्ति रेखा ज्ञात की जाती है जो वास्तविक आँकड़ों के लिए सर्वोत्तम रूप *time. The main components of a time series are Trend, Seasonal Variation, Cyclical Variation and Irregular Variation. Time series analysis is used to study past movements, measure variations and forecast* सांख्यिकीय श्रेणी है जिसमें आँकड़ों को समय के क्रम में व्यवस्थित किया जाता है। इसके प्रमुख घटक हैं—प्रवृत्ति, मौसमी परिवर्तन, चक्रीय परिवर्तन तथा अनियमित परिवर्तन। समय श्रेणी विश्लेषण का उपयोग पिछले परिवर्तनों के अध्ययन, विभिन्न उतार-चढ़ावों के मापन तथा भविष्य के पूर्वानुमान के लिए किया जाता है। प्रवृत्ति मापने की प्रमुख विधियाँ हैं—मुक्तहस्त वक्र, अर्द्ध-माध्य, चल माध्य हैं।

Examples:

- युद्ध
- बाढ़
- भूकंप
- महामारी
- हड़ताल
- अचानक आर्थिक संकट

इन घटनाओं का पूर्वानुमान सामान्यतः कठिन होता है।

Mathematical Models of Time Series — समय श्रेणी के गणितीय मॉडल

There are two important models:

A. Additive Model

- $Y = T + S + C + I$

Where:

- Y = Actual value
- T = Trend
- S = Seasonal variation
- C = Cyclical variation
- I = Irregular variation

योगात्मक मॉडल में सभी घटकों को जोड़कर वास्तविक मूल्य प्राप्त किया जाता है।

B. Multiplicative Model

Where the symbols have the same meanings.

गुणात्मक/गुणनात्मक मॉडल में समय श्रेणी के विभिन्न घटकों को गुणा करके वास्तविक मूल्य प्राप्त किया जाता है।

Business Statistics में Multiplicative Model का प्रयोग काफी सामान्य है।

Methods of Measuring Trend — प्रवृत्ति मापने की विधियाँ

Trend को मापने की प्रमुख विधियाँ हैं:

1. Graphic or Freehand Curve Method

● चित्रात्मक या मुक्तहस्त वक्र विधि

2. Semi-Average Method

● अर्द्ध-माध्य विधि

3. Moving Average Method

● चल माध्य विधि

4. Method of Least Squares

● न्यूनतम वर्ग विधि

Freehand Curve Method — मुक्तहस्त वक्र विधि

Under this method, the time-series data are plotted on a graph and a smooth curve is drawn by freehand to show the general trend.

इस विधि में समय श्रेणी के आँकड़ों को ग्राफ पर प्रदर्शित किया जाता है और उनके बीच से एक स्मूथ वक्र (Smooth Curve) खींचकर सामान्य प्रवृत्ति दर्शाई जाती है।

Advantages

- Simple and easy.
- Easy to understand.
- Useful for preliminary analysis.

Limitations

- It is subjective.
- Different persons may draw different curves.
- It does not provide a precise mathematical trend.

Semi-Average Method — अर्द्ध-माध्य विधि

In this method, the time series is divided into two equal parts. The average of each part is calculated. These two averages are then plotted and joined to obtain the trend line.

इस विधि में समय श्रेणी को दो समान भागों में बाँटा जाता है। प्रत्येक भाग का औसत निकाला जाता है। दोनों औसतों को ग्राफ पर अंकित करके जोड़ दिया जाता है, जिससे प्रवृत्ति रेखा प्राप्त होती है।

Important Point

- If the number of years is odd, the middle year's value is generally omitted while dividing the series into two equal parts.
- यदि वर्षों की संख्या विषम हो, तो बीच के वर्ष को सामान्यतः दोनों भागों से अलग रखा जाता है।

Moving Average Method — चल माध्य विधि

- Moving average is a method of smoothing a time series by calculating averages of successive groups of observations.

For example, in a 3-year moving average, averages are calculated for successive groups of three years.

- चल माध्य विधि में लगातार आने वाले निश्चित संख्या के आँकड़ों का औसत निकालकर समय श्रेणी में होने वाले अल्पकालीन उतार-चढ़ाव को कम किया जाता है।

Least Squares Method — न्यूनतम वर्ग विधि

The method of least squares is a mathematical method used to determine the trend line that provides the best fit to the observed data.

The linear trend equation is:

- $Y = a + bX$

Where:

- Y = Trend value
- a = Value of Y when X = 0
- b = Slope or rate of change
- X = Time

न्यूनतम वर्ग विधि एक गणितीय विधि है जिसके द्वारा ऐसी प्रवृत्ति रेखा ज्ञात की जाती है जो वास्तविक आँकड़ों के लिए सर्वोत्तम रूप से अनुकूल हो।

रेखीय प्रवृत्ति का समीकरण:

$Y = a + bX$

जहाँ:

- Y = प्रवृत्ति मूल्य
- a = जब $X = 0$ हो तब Y का मूल्य
- b = परिवर्तन की दर / ढाल
- X = समय

यदि $\Sigma X = 0$, तो:

- $a = \Sigma Y / N$ और
- $b = \Sigma XY / \Sigma X^2$

इसलिए *trend equation:*

$Y = a + bX$