QNo विचरण विश्लेषण की विस्तृत व्याख्या

विचरण विश्लेषण (Analysis of Variance – ANOVA) एक महत्वपूर्ण सांख्यिकीय तकनीक (Statistical Technique) है, जिसका विकास प्रसिद्ध सांख्यिकीविद् सर रोनाल्ड ए. फिशर (Sir Ronald A. Fisher) ने किया था। इसका उपयोग तीन या तीन से अधिक समूहों (Groups) के माध्यों (Means) की तुलना करने के लिए किया जाता है। ANOVA यह निर्धारित करता है कि विभिन्न समूहों के माध्यों में पाया गया अंतर वास्तविक (Significant) है या केवल संयोग (Chance) के कारण है।

जब केवल दो समूहों की तुलना करनी होती है, तब सामान्यतः t-test का उपयोग किया जाता है। लेकिन यदि तीन या अधिक समूहों की तुलना करनी हो, तो बार-बार t-test करने से त्रुटि (Type-I Error) की संभावना बढ़ जाती है। इसलिए ऐसी स्थिति में ANOVA सबसे उपयुक्त परीक्षण है।

ANOVA की परिभाषा (Definition)

फिशर (Fisher) के अनुसार:

"Analysis of Variance is a statistical method used to test whether the means of three or more populations are equal."

विचरण विश्लेषण (ANOVA) एक सांख्यिकीय विधि है जिसके द्वारा तीन या अधिक समूहों के माध्यों की समानता का परीक्षण किया जाता है। यह कुल विचरण (Total Variance) को विभिन्न स्रोतों में विभाजित करके यह पता लगाता है कि समूहों के बीच का अंतर सांख्यिकीय रूप से महत्वपूर्ण है या नहीं।

ANOVA का उद्देश्य (Objectives of ANOVA)

- तीन या अधिक समूहों के माध्यों की तुलना करना।
- यह जाँचना कि समूहों के बीच का अंतर महत्वपूर्ण है या नहीं।
- विभिन्न उपचारों (Treatments) के प्रभाव का परीक्षण करना।
- शोध निष्कर्षों की विश्वसनीयता बढ़ाना।
- परिकल्पना (Hypothesis) का परीक्षण करना।
- ANOVA का सिद्धांत (Principle of ANOVA)
- ANOVA इस सिद्धांत पर आधारित है कि कुल विचरण (Total Variation) को दो भागों में बाँटा जा सकता है–
- समूहों के बीच का विचरण (Between Group Variation)
- यह विभिन्न समूहों के माध्यों के बीच अंतर को दर्शाता है।
- समूहों के भीतर का विचरण (Within Group Variation)
- यह प्रत्येक समूह के सदस्यों के बीच प्राकृतिक भिन्नता को दर्शाता है।

यदि समूहों के बीच का विचरण, समूहों के भीतर के विचरण की तुलना में बहुत अधिक हो, तो निष्कर्ष निकाला जाता है कि समूहों के माध्यों में महत्वपूर्ण अंतर है।

ANOVA की परिकल्पनाएँ (Hypotheses in ANOVA)

- शून्य परिकल्पना (H_0):
- सभी समूहों के माध्य समान हैं।
- $H_0 : \mu_1 = \mu_2 = \mu_3 = \ldots = \mu_k$
- वैकल्पिक परिकल्पना (H_1):
- कम-से-कम एक समूह का माध्य अन्य समूहों से भिन्न है।
- ANOVA की मान्यताएँ (Assumptions of ANOVA)
- सभी प्रेक्षण (Observations) स्वतंत्र (Independent) हों।
- प्रत्येक समूह का वितरण सामान्य (Normally Distributed) हो।
- सभी समूहों का विचरण (Variance) समान (Homogeneous) हो।
- नमूने यादृच्छिक (Random) रूप से चुने गए हों।
- ANOVA के प्रकार (Types of ANOVA)

1. One-Way ANOVA (एक-मार्गीय ANOVA)

जब केवल एक स्वतंत्र चर (Independent Variable) के आधार पर तीन या अधिक समूहों के माध्यों की तुलना की जाती है, तो उसे One-Way ANOVA कहते हैं।

उदाहरण:

तीन अलग-अलग शिक्षण विधियों का छात्रों के परीक्षा परिणाम पर प्रभाव।

2. Two-Way ANOVA (द्वि-मार्गीय ANOVA)

जब दो स्वतंत्र चरों के प्रभाव का अध्ययन एक साथ किया जाता है, तो उसे Two-Way ANOVA कहते हैं।

उदाहरण:

शिक्षण विधि और लिंग (Gender) दोनों का परीक्षा परिणाम पर प्रभाव।

ANOVA की प्रक्रिया (Procedure of ANOVA)

- शून्य एवं वैकल्पिक परिकल्पना का निर्माण।
- महत्व स्तर (Level of Significance) निर्धारित करना (जैसे 5%)।
- समूहों एवं कुल माध्य की गणना करना।
- कुल विचरण को Between Group और Within Group Variation में विभाजित करना।
- Mean Square Between (MSB) तथा Mean Square Within (MSW) ज्ञात करना।
- F-अनुपात (F-ratio) की गणना करना।
- F-तालिका (F-table) से तुलना कर निर्णय लेना।
- ANOVA तालिका (ANOVA Table)

विचरण का स्रोत

स्वतंत्रता की डिग्री (df)

वर्गों का योग (SS)

औसत वर्ग (MS)

F-अनुपात

समूहों के बीच (Between Groups)

$k - 1$

SSB

$MSB = SSB/(k-1)$

MSB/MSW

समूहों के भीतर (Within Groups)

$N - k$

SSW

$MSW = SSW/(N-k)$

कुल (Total)

$N - 1$

SST

ANOVA के लाभ (Advantages of ANOVA)

- तीन या अधिक समूहों की तुलना एक साथ की जा सकती है।
- Type-I Error की संभावना कम होती है।
- शोध में अधिक विश्वसनीय परिणाम प्राप्त होते हैं।
- प्रयोगात्मक (Experimental) अनुसंधान में अत्यंत उपयोगी है।
- समय और श्रम की बचत होती है।
- ANOVA की सीमाएँ (Limitations of ANOVA)
- यह केवल माध्यों के अंतर की जाँच करता है।
- यह नहीं बताता कि कौन-से दो समूह अलग हैं।
- सामान्य वितरण और समान विचरण की मान्यताओं पर निर्भर करता है।
- गणना अपेक्षाकृत जटिल होती है।
- ANOVA के अनुप्रयोग (Applications of ANOVA)
- अर्थशास्त्र (Economics)
- कृषि अनुसंधान (Agricultural Research)
- चिकित्सा (Medical Research)
- शिक्षा (Education)
- मनोविज्ञान (Psychology)
- व्यवसाय एवं प्रबंधन (Business and Management)
- उद्योग एवं गुणवत्ता नियंत्रण (Industrial Quality Control)

निष्कर्ष (Conclusion)

विचरण विश्लेषण (ANOVA) एक अत्यंत महत्वपूर्ण सांख्यिकीय तकनीक है, जिसका उपयोग तीन या अधिक समूहों के माध्यों की तुलना करने के लिए किया जाता है। इसका विकास सर रोनाल्ड ए. फिशर ने किया था। ANOVA कुल विचरण को समूहों के बीच तथा समूहों के भीतर के विचरण में विभाजित करके यह निर्धारित करता है कि समूहों के बीच का अंतर वास्तविक है या संयोगवश। यह शोध, अर्थशास्त्र, शिक्षा, चिकित्सा, कृषि तथा प्रबंधन जैसे अनेक क्षेत्रों में व्यापक रूप से प्रयुक्त होता है और वैज्ञानिक निर्णय लेने में अत्यंत उपयोगी सिद्ध होता है।